

חוברת הכנה עירונית לכיתה י' במתמטיקה מוגברת – כפר סבא

טיוטא – לשימוש פנימי

חוברת זו היא תוצר השתלמות מורים שנוצר לשימוש פנימי בלבד

החוברת נכתבה על ידי רכזי ומורי מתמטיקה מהעיר במסגרת ההשתלמות המחוזית "רצפים הלכה למעשה" שמות הכותבים לפי פרקי החוברת:

פרק טכניקה אלגברית:

אולגה קיזנר
אוריה כהן
אילנה שורק
ג'והנה נדם
מרב רוכל
זיו שרייבר

פרק פונקציות:

איריס אבן אור
שחר קולמן
טל סימוני
דנה רוזנטל
אסנת הרשקוביץ
ניסים מזוז

פרק בעיות מילוליות:

רותי פריד
מיכל קוטלז'
רבקה שויגר
מיטל פיטוסי
בלאל פדילה
אלהאם עבד אלחי
שושנה אבן חן

פרק גיאומטריה:

אסף ישי
דליה קולמן
לורה פיליבה
לירון שובל
מוחמד מטר
פזי קרימרמן

פרק מבחנים:

אבי בורנשטיין
איתי יד שלום
תמי שובל
ניר להב
רונית אילת

3	גיאומטריה
3	הנחיות לתלמיד לקראת פתרון השאלות בפרק זה
4	שאלה 1
4	שאלה 2
4	שאלה 3
5	שאלה 4
5	שאלה 5
5	שאלה 6
6	שאלה 7
6	שאלה 8
7	שאלה 9 **
7	שאלה 10 **
8	פתרון בעיות מילוליות
8	בעיות קנייה ומכירה
9	בעיות תנועה
9	שאלות:
10	בעיות הנדסיות
12	פונקציות וגרפים
12	שאלה 1
12	שאלה 2
13	שאלה 3
13	שאלה 4
13	שאלה 5
14	שאלה 6
14	שאלה 7
14	שאלה 8
15	שאלה 9
16	טכניקה אלגברית
16	חוקי חזקות
17	פירוק לגורמים
17	דוגמאות
17	תרגילים
18	פתרונות
18	צמצום שברים אלגבריים
18	כפל שברים אלגבריים
18	חילוק שברים אלגבריים

19	פתרון מערכת משוואות בשני נעלמים
20	דוגמאות למבחני פתיחת שנה בתיכון
20	אוסף מבחני דוגמא לפתיחת שנה כיתה י
20	מבחן מס 1
21	מבחן מס 2
22	מבחן מס 3
23	מבחן מס 4
24	תשובות
24	פתרון מלא לדוגמא – מבחן מספר 1
30	פתרון מבחן מס 3
30	פתרון מבחן מס 4
30	ביבליוגרפיה

גיאומטריה

הנחיות לתלמיד לקראת פתרון השאלות בפרק זה

תזכורת, מה למדנו בחטיבה?

1. מושגים בסיסיים בגיאומטריה: קווים, זוויות, חפיפת משולשים, דמיון משולשים
2. תכונות של צורות הנדסיות: משולש, טרפז, דלתון, מקבילית, מלבן, וכו'
3. משפטים בגיאומטריה
4. חישוב גדלים (קטעים, זוויות, היקפים, שטחים וכו')
5. עקרון כתיבת הוכחה בגיאומטריה

למה אנחנו נדרשים בתיכון?

1. להכיר את המשפטים בגיאומטריה, ולהשתמש בהם באופן מדויק
2. לכתוב הוכחה בצורה מסודרת-הגיונית: טענה גאומטרית + נימוק/משפט (כמו תרשים זרימה, אין חובה לרשום בתוך טבלה)

המלצות איך לפתור את השאלות בחוברת זו

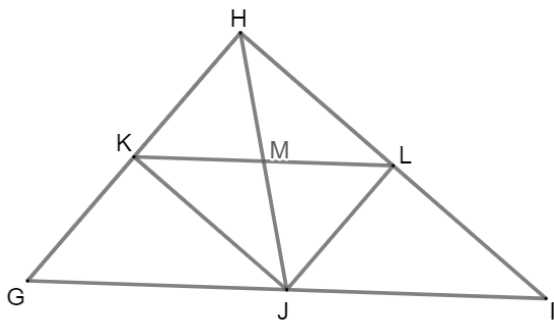
1. כותבים על דפי פוליו (A4או במחברת ולא על גבי טופס המבחן (ככה מקובל בתיכונים)
2. חובה להעתיק למחברת את הציור (שרטוט), את הנתונים, ולרשום את מה שצריך להוכיח
3. לפני שמתחילים לענות על השאלות, כדאי לסמן את הנתונים על גבי השרטוט במחברת
4. בנוסף למה שנתון, מומלץ לסמן על גבי השרטוט גדלים של זוויות וצלעות שניתן להסיק מתוך הנתונים ועל סמך הידע שלנו בגיאומטריה (כגון: סכום זוויות במשולש, ז' קודקודיות, ז' צמודות, וכו')
5. לתכנן דרך פתרון
6. רק בשלב זה מומלץ לגשת לכתיבת הפתרון/הוכחה באופן מסודר

הערה: הסעיפים בכל שאלה מדורגים 'מהקל אל הכבד' ומובילים להוכחה/פתרון, לכן כדאי לענות לפי הסדר

שאלה 1

נתון:

הנקודה J נמצאת על הצלע GI של משולש GHJ.
 KJ ו- JL הם חוצי זוויות של הזוויות HJG ו- HJI בהתאמה.



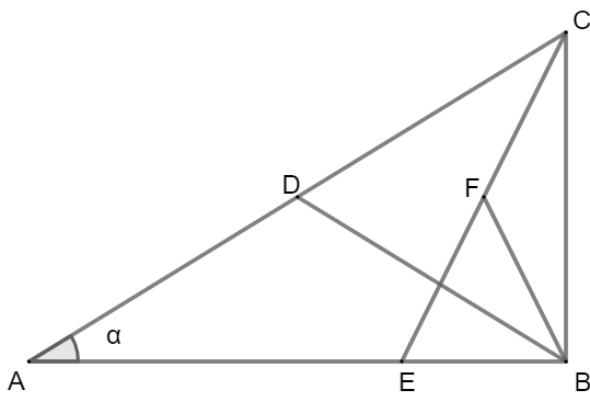
הוכיחו:

1. $KJ \perp JL$
2. הנקודה M אמצע הקטע KL.
3. $MJ = KM$

שאלה 2

נתון:

$\sphericalangle CBA = 90^\circ$
 $AE = EC, FC = FE$
 DB תיכון ל- AC.



הוכיחו:

1. $\sphericalangle CEB = 2 \sphericalangle CAB$
2. $\sphericalangle FEB = \sphericalangle FBE$
3. DB חוצה את זווית FBE

שאלה 3

המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp BC$)

נתון:

$BD \perp AC$

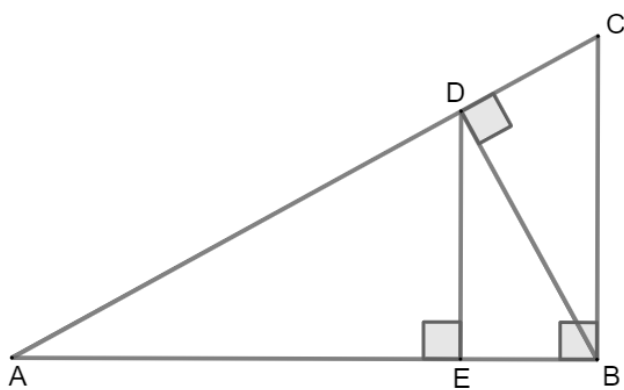
$DE \perp AB$

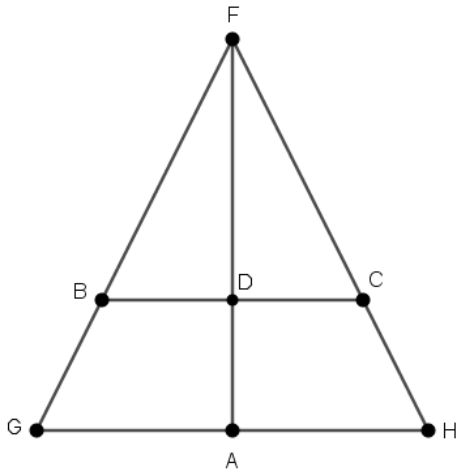
$\sphericalangle A = 30^\circ$, $DE = 4$ ס"מ.

חשבו את אורך הצלע CB.

הדרכה: הציבו $DC = x$.

תשובה: $5\frac{1}{3}$





שאלה 4

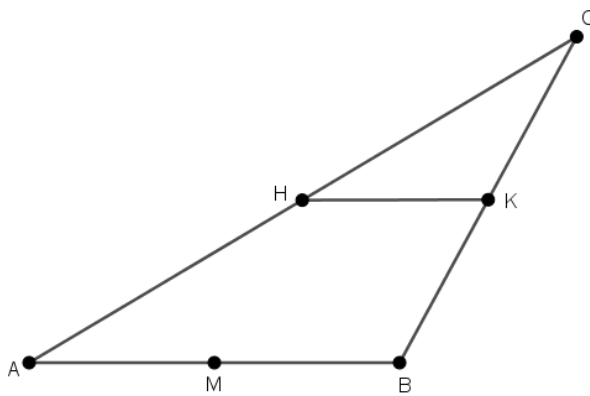
המשולש FGH הוא שווה שוקיים ($FG = FH$)

נתון: $FA \perp GH$, ו- $BD = DC$

הוכח:

א. משולש ABC הוא משולש שווה שוקיים

ב. מרובע BCHG הוא טרפז שווה שוקיים



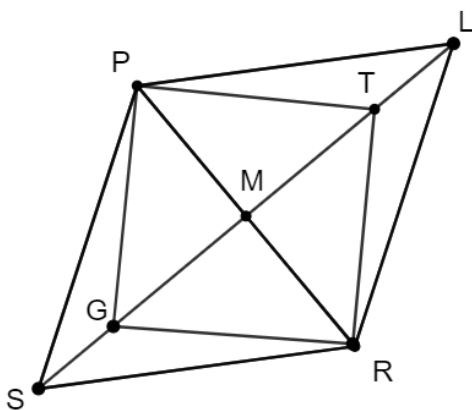
שאלה 5

המשולש $\triangle ABC$ הוא שווה שוקיים ($BC =$

AC) קטע אמצעים במשולש.

הנקודה M היא אמצע הקטע AB

הוכיחו: $HB \perp MK$

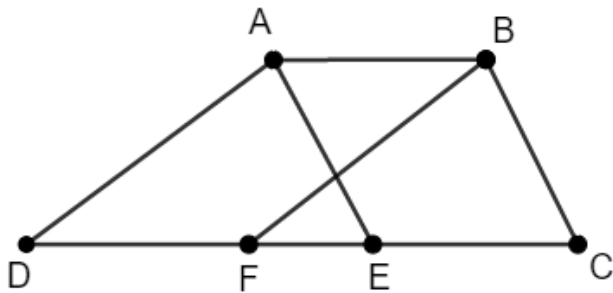


שאלה 6

PSRL מעוין

נתון: $PM = GM$, $SG = TL$

הוכיחו: PTRG ריבוע



שאלה 7

F ו- E נקודות על הבסיס DC של טרפז ABCD

נתון: $BF \parallel AD, AE \parallel BC$

$DF = 7$ ס"מ, $FE = 4$ ס"מ

א) הוכיחו:

1. ABCD מקבילית

2. ABFD מקבילית

ב) חשבו את אורך בסיסי הטרפז

ג) נתון $\angle C = 70^\circ, \angle D = 40^\circ$

חשבו את אורך השוק AD

שאלה 8

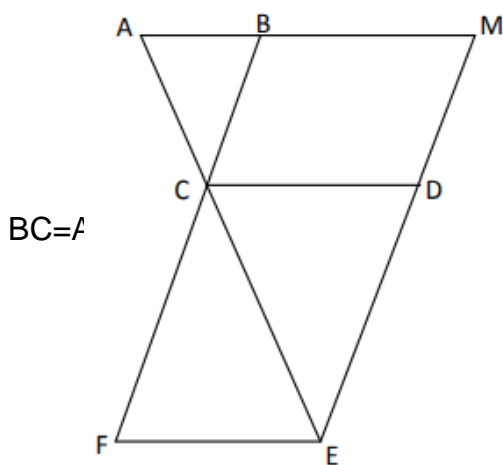
נתון: CDEF מקבילית

הקטע CA הוא המשך CE, הקטע BC הוא המשך CF
הקטע DM הוא המשך DE החותך בנקודה M את המשך

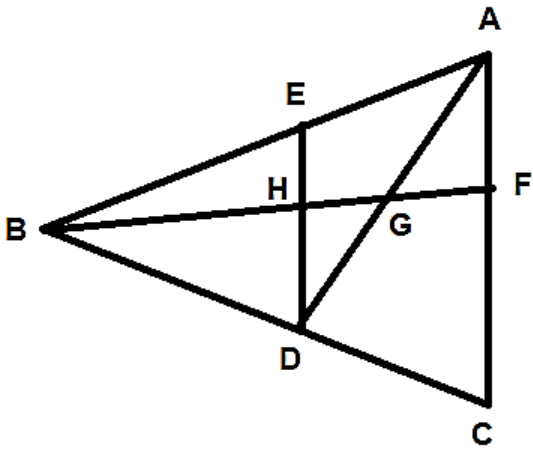
הוכיחו:

א. BMEF מקבילית

ב. AMDC טרפז שווה שוקיים



שאלה 9 **



הקטע DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC

נקודה F נמצאת על הצלע AC.

הקטעים DE ו BF נחתכים בנקודה H.

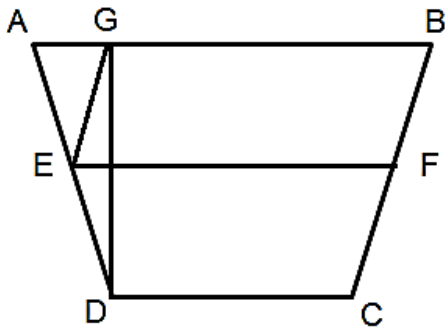
נתון: $CF = 2FA$.

נסמן: $AF = X$

הוכיחו:

א. $AG = GD$

ב. מצאו יחס שטחים בין מרובע DGFC ומשולש GFA



שאלה 10 **

המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים ($AD = BC$)

הקטע EF הוא קטע אמצעים בטרפז.

נתון: $DG \perp AB$

הוכיחו: המרובע EFBG הוא מקבילית.

פתרון בעיות מילוליות

שלבם בפתרון בעיות מילוליות:

- ✓ יש לקרוא את הבעיה מתחילתה ועד סופה ולהחליט על סוג הבעיה.
- ✓ הגדרה מילולית של המשתנה.
- ✓ ריכוז הנתונים, מומלץ בטבלה.
- ✓ בניית משוואה בהתאם לנתוני השאלה.
- ✓ פתרון המשוואה.
- ✓ בדיקת התאמה בין הפתרון לתוכן השאלה.
- ✓ רישום תשובה מילולית מתאימה.

בעיות קנייה ומכירה

מומלץ לרכז את הנתונים בטבלה:

פרטים	כמות	מחיר ליחידה	מחיר כולל לכל הכמות

כלל עבודה: "כמות" כפול "מחיר ליחידה" שווה ל"מחיר כולל".
הערה: יש למלא שני טורים בטבלה והשלישי יושלם לפי כלל העבודה.
שורות הטבלה יכולות להיות קנייה מול מכירה או קנייה של מספר פריטים שונים.
בשאלות בהן מופיע אחוזים יש לזכור שחישוב כמות של חלק משלם יש להכפיל את האחוז בשלם.
על מנת לבנות את המשוואה יש להבין את משמעות המושגים: רווח, פסד. אם הסוחר הרוויח בעסקה זה אומר שהוא קיבל במכירה יותר כסף ממה שהוציא על רכישת המוצרים. אם הסוחר הפסיד אז הוא הוציא על הרכישה יותר ממה שקיבל על המכירה.

1. סוחר קנה טלפונים בסכום כולל של 700 ₪. 3 טלפונים הוא מכר בהפסד של 20% לכל טלפון. ואת שאר הטלפונים הוא מכר ברווח של 60% לכל טלפון.
בסה"כ הרוויח הסוחר 300 ₪. כמה טלפונים קנה הסוחר?
2. סוחר קנה מוצרים בסכום כולל של 1500 ₪. 2 מוצרים התקלקלו, 5 מוצרים מכר בהפסד של 20 ₪ למוצר, ואת שאר המוצרים מכר ברווח של 30 ₪ למוצר. בסה"כ הרוויח המוכר 320 ₪. כמה מוצרים קנה המוכר?

מומליץ לרכז את הנתונים בטבלה

חשוב!

כאשר מודדים מהיחת בקמ"ש (קילומטר לשעה) יחידת הזמן תהיה בשעות, והדרך תהיה בקילומטרים.

לדוגמא: אופניים שנסעו במהירות של 15 קמ"ש, המשמעות היא שהם שבוטחו 15 קילומטר בכל שעה.

צריך שתהיה אחידות ביחידות המדידה!

תזכורת

מהירות \times זמן = דרך

יחידות מדידה:

1 ק"מ = 1000 מטר
1 שעה = 60 דקות

שאלות:

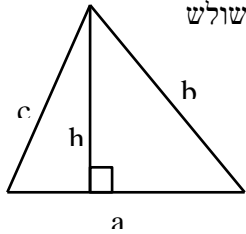
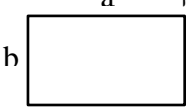
- 1) שתי מכוניות יצאו בו זמנית מחיפה לבאר שבע, מרחק 250 ק"מ. מהירות מכונית ב' גבוהה ב- 25% ממהירות מכונית א'.
מכונית א' יצאה לדרכה בשעה 6:00 ומכונית ב' יצאה חצי שעה אחריה.
שתי המכוניות הגיעו באותו הזמן לבאר שבע.
(א) מצא את מהירות המכוניות.
(ב) באיזה שעה הגיעה מכונית ב' לבאר שבע?

- 2) דוד רצה לנסוע מביתו לירושלים, מרחק 50 ק"מ, במהירות מסוימת.
לאחר שלוש נסיעה של שעות במהירות המתוכננת היה לו בעיה במכונית, הוא התעכב לתקן את מכוניתו במשך שעה. לאחר התיקון הגביר את מהירותו ב- 2 קמ"ש.
זמן הנסיעה הכולל היה קצר בשעה מהזמן שהיה לוקח לו לנסוע את הדרך כולה אם היה נוסע במהירות המתוכננת ללא העיכוב.
חשב את המהירות בה תכנן לנסוע.

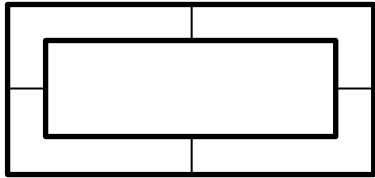
- 3) נעמה יצאה מביתה ונסעה לבית הספר במהירות של 15 קמ"ש. לאחר שעתיים יצאה אימה ברכב ונסעה במהירות הגבוהה פי שלושה ממהירותה של נעמה בכדי להביא לה את התיק ששכחה. שניהן הגיעו יחד לבית הספר.
(א) חשב את המרחק בין הבית שלהן לבית הספר.
(ב) חשב את משך נסיעתה של האמא מרגע יציאתה ועד הגעתה לבית הספר.

בעיות הנדסיות

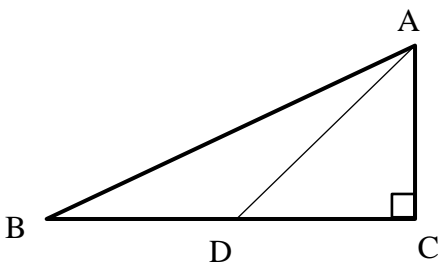
בתהליך פתרון בעיה הנדסית מומלץ לשרטט את הצורה עליה אנו מדברים. יש לרשום את הנעלם על השרטוט. לפי דרישות השאלה יש להשתמש בנוסחאות של היקף, שטח או נפח הצורה המדוברת. (נפח של גוף שבסיסו זהה למכסה שלו הוא לפי שטח הבסיס כפול גובה הגוף)

שטח	היקף	צורה
$s = \frac{a \cdot h}{2}$	$P = a + b + c$	משולש 
$s = a \cdot b$	$P = 2a + 2b$	מלבן 

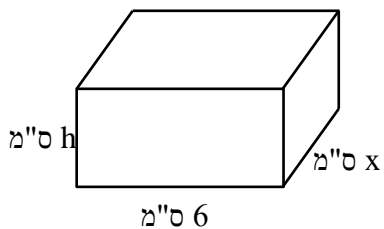
1. נתון מלבן שצלעותיו 15 ס"מ ו-12 ס"מ. בתוך המלבן משורטט מלבן נוסף, שצלעותיו מקבילות לצלעות המלבן החיצוני והשוליים בכל צד זהים. מהו רוחב השוליים אם שטח המלבן הפנימי הוא 88 סמ"ר?



2. סכום הניצבים של משולש ישר זווית ΔABC הוא 29 ס"מ. AD הוא תיכון לצלע BC ואורכו 13 ס"מ. מצאו את אורכי הניצבים AC ו- BC .



3. מחוט ברזל שאורכו 56 ס"מ בנו שלד של תיבה מלבנית.
 א. בטאו את גובה התיבה (h) בעזרת x .
 ב. אם ידוע כי נפח התיבה הוא 90 סמ"ק איזו מהמשוואות הבאות מתאימה לחישוב אורכי הצלעות של התיבה?



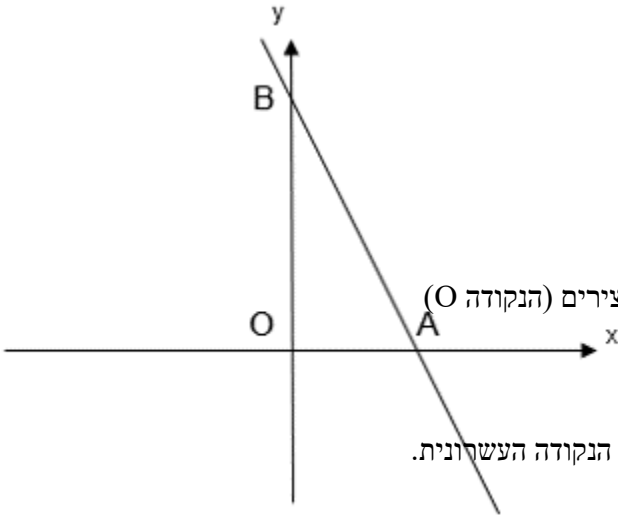
$6x(8+x) = 90$.II	$(6+x)(8-x) = 90$.I
$8x(6-x) = 90$.IV	$6x(8-x) = 90$.III

- ג. חשבו את אורכי הצלעות של התיבה.

פונקציות וגרפים

שאלה 1

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{15-6x}{3}$ ונתון הגרף שלה:



ענו על השאלות הבאות:

א. איזו נקודה מהנקודות הבאות נמצאת על גרף הפונקציה?

(1) $(-7, 2)$

(2) $(4, -7)$

(3) $(3, -1)$

(4) $(-3, 3)$

ב. רשמו את משוואת הישר העובר בנקודה $(-6, -2)$ ובראשית הצירים (הנקודה O) ושרטטו את הישר במערכת הצירים הנתונה.

סמנו את נקודת החיתוך של שני הישרים באות T.

ג. חשבו את שטח המשולש AOT. הציגו את דרך החישוב.

ד. חשבו את האורך של הקטע AB, דייקו עד 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית. הציגו את דרך החישוב.

שאלה 2

נתונה הפונקציה: $f(x) = -\frac{1}{4}(x-2)^2 - 1$

נתון מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים.

שיעורי הקודקוד A של המלבן הם $(6, -1)$

E קודקוד הפרבולה.

הנקודה E נמצאת באמצע הצלע AD של המלבן.

הפרבולה עוברת דרך הקודקודים B, C של המלבן.

א. חשבו את שיעורי הנקודות B, C, D של המלבן. נמקו.

ב. מצאו את משוואת הישר העובר דרך קודקוד הפרבולה E לקודקוד C של המלבן.

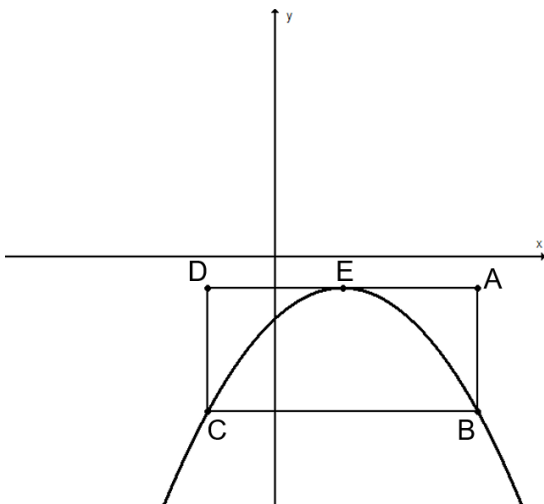
ג. חשבו את היקפו של משולש EBC.

ד. נתונה הפונקציה: $f(x) = -\frac{1}{4}(x-2)^2 - m$

רשמו דוגמה לערך של הפרמטר m כך שתתקבל פונקציה

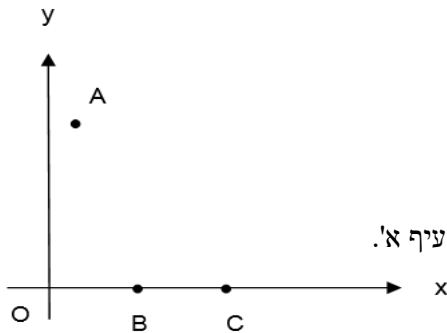
ריבועית שאין לה נקודות חיתוך

עם המלבן. נמקו. $m = \underline{\hspace{2cm}}$



שאלה 3

בשרטוט הנתון ראשית הצירים בנקודה O . נתונה הנקודה $A(1,6)$. הנקודות B ו- C נמצאות על ציר ה- x . שיפוע הישר AB הוא -6 . מצאו את הייצוג האלגברי של הפונקציה הקווית העוברת דרך הנקודות A ו- B .



- מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- באיזה תחום הפונקציה חיובית, ובאיזה תחום הפונקציה שלילית.
- נתון: הנקודה B היא אמצע הקטע CO . מצאו את משוואת הישר העובר דרך C ומקביל לפונקציה שמצאתם בסעיף א'.

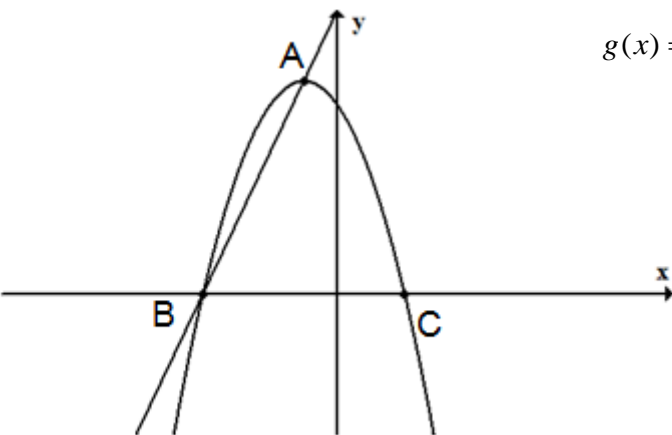
שאלה 4

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + 5x - 14$

- רשמו את הפונקציה בצורה של מכפלה.
- מהם שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x ?
- מצאו את קדקוד הפרבולה.
- מהו סוג נקודת הקיצון?
- מהו ציר הסימטריה?
- שרטטו את הפונקציה במערכת צירים.
- מהם תחומי עלייה וירידה של הפונקציה?
- מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה?

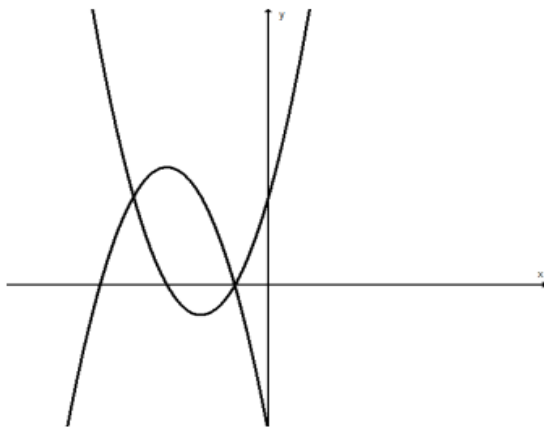
שאלה 5

נתונות הפונקציות: $f(x) = (x+4)(x-2)$ ו- $g(x) = 3x+12$



- הנקודה A היא קדקוד הפרבולה.
- הנקודות B, C הן נקודות חיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x . הפרבולה והישר נחתכים בנקודות A, B .
- חשבו את שיעורי נקודה A , הציגו את דרך החישוב.
- שרטטו את הישר העובר דרך הנקודות A ו- C וחשבו את משוואתו, הציגו את דרך החישוב.
- חשבו את שטח המשולש ABC , הציגו את דרך החישוב.
- עבור אילו ערכי x $f(x) > g(x)$?

שאלה 6



א. חשבו את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות:

$$g(x) = -(x+3)^2 + 4 \quad f(x) = (x+2)^2 - 1$$

ב. קבעו באיזה תחום $f(x) < g(x)$

ג. מצאו את הישר העובר דרך נקודות הקיצון של הפרבולות

שאלה 7

לפניכם גרפים של שתי פרבולות.

א. איזה זוג מבין זוגות הפונקציות הבאות יכול להיות הזוג שהפרבולות הנ"ל הן הגרפים שלו? נמקו בחירתכם

$$y = -x^2 - 3x \quad \text{וגם} \quad y = x^2 - 2x + 1$$

$$y = x^2 + 3 \quad \text{וגם} \quad y = -(x+2)^2 - 2$$

$$y = -x^2 - 2 \quad \text{וגם} \quad y = (x-4)^2 + 4$$

$$y = (x-4)^2 + 4 \quad \text{וגם} \quad y = -(x+2)^2 - 2$$

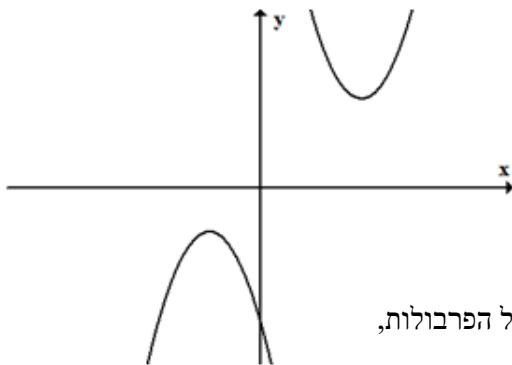
ב. חברו בקו בין נקודות הקודקוד של הפרבולות וכתבו את

משוואת הישר שמתקבל.

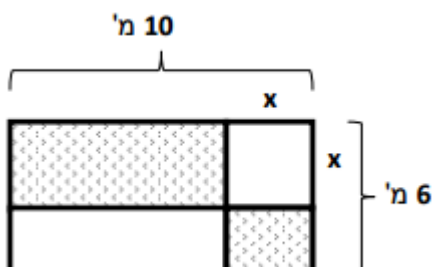
הציגו את דרך הפתרון.

ג. היעזרו במשפט פיתגורס וחשבו את אורך הקטע שבין שני הקודקודים של הפרבולות,

הציגו את דרך החישוב.



שאלה 8



לגיל יש גינה בצורת מלבן, שצלעותיו 10 מ' ו-6 מ'. הוא רוצה לשתול פרחים בשטח המסומן בשרטוט. את השטחים הלבנים, הריבוע והמלבן, הוא מרצף.

א. X מייצג את אורך צלע הריבוע. רשמו פונקציה המתארת את השטח המיועד לפרחים.

ב. רון תכנן שהשטח המיועד לפרחים יהיה 30 מ"ר. מה צריך להיות אורך צלע הריבוע כדי ששטח הפרחים יהיה 30 מ"ר?

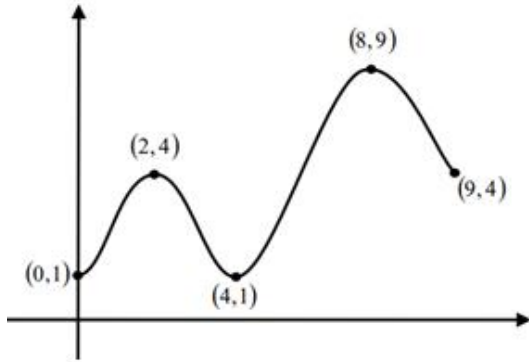
ג. מצאו את שיעורי נקודת הקודקוד של הפונקציה שמצאתם בסעיף א'.

ד. רון רצה שהשטח המיועד לפרחים יהיה מקסימאלי.

• מה צריך להיות אורך צלע הריבוע?

• מה יהיה שטח הפרחים המקסימאלי?

שאלה 9



1) נתון גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0 \leq x \leq 9$. בסעיפים הבאים יש לשרטט את הסקיצות המבוקשות רק בתחום $0 \leq x \leq 9$, אלא אם מצוין אחרת. ככל שניתן, ציינו ליד נקודות קיצון ונקודות החיתוך עם הצירים, את השיעורים של אותן נקודות (בדומה לאופן שבו שיעורי הנקודות מופיעים בגרף הנתון).

- א. מצא עבור אילו ערכי n , הישר $y = n$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x) = 6$.
- ג. מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = f(x) + 6$.
- א. שרטט את גרף הפונקציה $h(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
- ב. מצא עבור אילו ערכי k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $h(x)$ בשלוש נקודות בלבד.
- ד. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) - 1$.
- א. שרטט את גרף הפונקציה $g(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
- ב. מצא עבור אילו ערכי p , למשוואה $g(x) = p$ יש רק שני פתרונות.
- ה. מגדירים פונקציה חדשה: $k(x) = 2 \cdot f(x)$. שרטט את גרף הפונקציה $k(x)$.
- ו. מגדירים פונקציה חדשה: $d(x) = -f(x)$.
- א. שרטט את גרף הפונקציה $d(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
- ב. דרך נקודות המקסימום של גרף $d(x)$ מעבירים ישרים המאונכים לציר ה- y . מצא את המרחק בין הישרים האלו.

טכניקה אלגברית

תוקי תזקות

$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$	$a^1 = a$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0$	$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k} \quad a \neq 0$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad b \neq 0$	$a^0 = 1 \quad a \neq 0$
$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$	$(ab)^n = a^n b^n$

1. חשבו את ערכי הביטויים הבאים: (פתרו ללא שימוש במחשבון)

<p>ב.</p> $\frac{9^5 \cdot 125^{30}}{15^{60} \cdot 45^{20} \cdot 25^5} =$	<p>א.</p> $\frac{(4^3)^{-2} \cdot (4^{-8})^5}{(4^3)^{-1} \cdot (4^{-8})^{-2}} =$
---	--

2. פשטו את הביטויים הבאים: (המכנים שונים מאפס)

<p>ב.</p> $\left(\frac{a^3}{b^4}\right)^5 \cdot \left(\frac{b^2}{a}\right)^6 \cdot b^{28} =$	<p>א.</p> $\frac{(a^3 b^2)^6 \cdot (ab^4)^3}{(a^5 b^6)^4} =$
--	--

פתרונות:

1. ב. 1	$\frac{1}{4^{59}}$.א. 1
2. ב. a	$a^9 b^{20}$.א. 2

פירוק לגורמים

הפעולה של כתיבת ביטוי אלגברי המכיל מחוברים כמכפלה של גורמים נקראת פירוק לגורמים. יש שלוש שיטות של פירוק לגורמים:

1. פירוק בעזרת הוצאת גורם משותף
2. פירוק ע"י נוסחאות הכפל המקוצר
3. פירוק הטרינום

דוגמאות

1. פירוק בעזרת הוצאת גורם משותף:

$$2xy^2(x^2y - 4x^3 + 3)$$

2. פירוק בעזרת נוסחת הכפל המקוצר:

$$\frac{1}{4} - c^2 = \left(\frac{1}{2} - c\right)\left(\frac{1}{2} + c\right)$$

3. פירוק בעזרת טרינום:

**נחפש שני מספרים שמכפלתם 17 וסכומם 18

$$x^2 + 18x + 17 = (x + 17)(x + 1)$$

תרגילים

1)	$a^2 + 14a + 49 =$	5)	$-x^4 + 9x^2 =$
2)	$-81 + x^2 =$	6)	$9x^2 + 6x + 1 =$
3)	$x^2 - 4x - 21 =$	7)	$(x + 6)^2 - 49 =$
4)	$3x^2 + 12x - 15 =$	8)	$9x^4 - \frac{4}{9t^2} =$

פתרונות

1)	$(x + 7)^2$	5)	$-x^2 (x - 3)(x + 3)$
2)	$(x - 9)(x + 9)$	6)	$(3x + 1)^2$
3)	$(x - 7)(x + 3)$	7)	$(x - 1)(x + 13)$
4)	$3(x + 5)(x - 1)$	8)	$(3x^2 + \frac{2}{3t})(3x^2 - \frac{2}{3t})$

צמצום שברים אלגבריים

צמצום שברים אלגבריים נעשה בדומה לצמצום שברים פשוטים. כלומר מחלקים את המונה והמכנה באותו ביטוי שיכול להכיל אותיות ו / או מספרים. בדרך כלל נצטרך ראשית לפרק לגורמים - התנאי היסודי לצמצום הוא שהמונה והמכנה יהיו רשומים בצורת מכפלות. בצמצום שברים אלגבריים נפרק לגורמים (אם אפשר) על ידי :

1. הוצאת גורם משותף
2. פירוק לפי נוסחאות הכפל המקוצר
3. פירוק הטרינום .

$$\frac{2ax+4x}{4a+8} = \frac{2x(a+2)}{4(a+2)} = \frac{x}{2} \quad \text{לדוגמה:}$$

טיפ: לא לשכוח תחום הצבה $a \neq -2$

כפל שברים אלגבריים

- ככפל שברים אלגבריים, כמו בכפל שברים פשוטים, כופלים מונה במונה ומכנה במכנה .
- א. רצוי לצמצם במידת האפשר לפני ביצוע הכפל.
 - ב. מכפלות (עם סוגריים) במכנה נשאיר בצורת מכפלות ולא נבצע את הכפל.
 - ג. מכפלות במונה נבצע ע"י פתיחת סוגריים.

$$\frac{a^2-9}{2} \cdot \frac{a^2}{a^2-3a} = \frac{(a-3)(a+3)}{2} \cdot \frac{a^2}{a(a-3)} = \frac{a(a+3)}{2} \quad \text{לדוגמה:}$$

לא לשכוח תחום הצבה $a \neq 0,3$

חילוק שברים אלגבריים

בחילוק של שברים אלגבריים כמו בחילוק בשברים פשוטים כופלים את המחולק בהופכי של המחלק.

פתרון מערכת משוואות בשני נעלמים

	תרגילים	פתרונות
1)	$\begin{cases} 3x + 5y = 19 \\ -x + 4y = -12 \end{cases}$	$(8, -1)$
2)	$\begin{cases} 1 - \frac{8x - 2}{7} = \frac{2 - y}{3} \\ 3 - \frac{3x + 4}{10} = \frac{3y - 5}{5} \end{cases}$	$(2, 5)$
3)	$\begin{cases} 2x - y + 2 = 0 \\ x(1 + y) = 44 \end{cases}$	$(4, 10)$ $(-5.5, -9)$
4)	$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ xy = 12 \end{cases}$	$(-2, -6)$ $(4, 3)$

- תרגילים 3 ו-4 הוצאו מתכנית הלימודים בשנת תש"ף עקב משבר הקורונה

דוגמאות למבחני פתיחת שנה בתיכון

אוסף מבחני דוגמא לפתיחת שנה כיתה י

מבחן מס 1

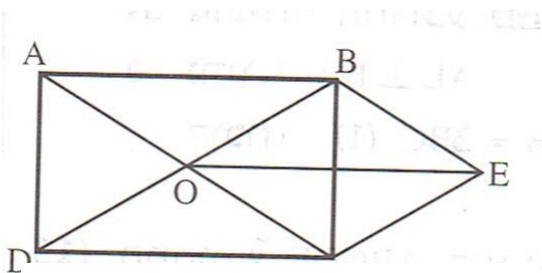
ענה על שלוש השאלות הבאות

1. נתונים הפרבולה $f(x) = x^2 - 8x + 15$ והישר $g(x) = -x + 9$

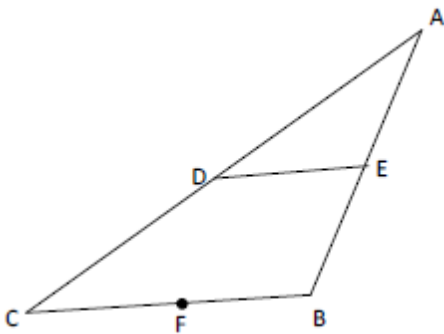
- מצא את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות עם הצירים.
- מצא את קדקוד הפרבולה ואת ציר הסימטריה שלה.
- שרטט את שתי הפונקציות על אותו גרף, כולל מערכת צירים.
- מצא את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות.
- מצא את ערכי ה- x עבורם $g(x) > f(x)$.

ו. מצא את תחומי החיוביות של הפרבולה הנתונה, ואת תחום העלייה שלה.

- מצא את שטח המשולש המורכב מקדקוד הפרבולה ושתי נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x .



2. המרובע ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נחתכים בנקודה O. נתון: $CE=CO$, $BO=BE$. הוכח: המרובע OECD הוא מקבילית.



3. משולש ABC שווה-שוקיים, $AB=BC$. הנקודה F היא אמצע BC. הנקודה D היא אמצע AC.

כמו כן נתון: $DE \parallel BC$. הוכח:

- א. $EB=AE$
- ב. מאונך ל- FE.

מבחן מס 2

ענה על ארבע השאלות הבאות

1. נתונה הפונקציה $f(x) = (x-3)(x+4)$.

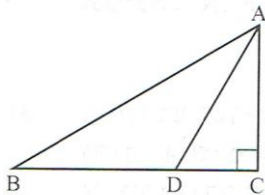
- א. שרטט את הפרבולה שמתארת את הפונקציה. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים וסמן אותן בשרטוט.
- ב. עבור אלו ערכי x הפונקציה $f(x)$ חיובית?
- ג. מהו הערך המינימלי של הפונקציה ובאיזו נקודה הוא מתקבל?
- ד. עבור אלו ערכי פונקציה הפונקציה עולה?

2. א. פתור את המשוואה הבאה כולל תחום הצבה:

$$\frac{3x-3}{x+3} + \frac{x+7}{x-5} = 6$$

מחיר ק"ג אגסים גדול ב- 20% ממחיר ק"ג תפוחי עץ. מאור קנה 10 ק"ג אגסים ו-13 ק"ג תפוחי עץ, ושילם עבורם 125 שקלים. מה מחירם של 5 ק"ג אגסים ו-7 ק"ג תפוחים?

ב. פתור את הבעיה המילולית הבאה:

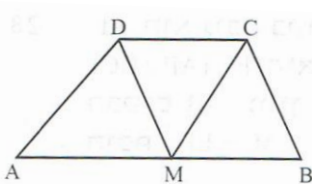


3. המשולש ABC הוא ישר זווית. ($\angle C = 90^\circ$).

AD הוא חוצה הזווית של $\angle BAC$.

נתון: $\angle B = 30^\circ$.

הוכח: $BC = 3 \cdot DC$



4. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$).

נתון: $DC = BC$. כמו כן CM חוצה את הזווית BCD.

א. הוכח: $BM = DM$.

ב. הוכח: $BD \perp CM$.

מבחן מס 3

ענה על ארבע השאלות הבאות

1. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 6x + 5$

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ב. עבור אלו ערכי x הפונקציה $f(x)$ חיובית?
- ג. רשום ערך של x שעבורו הפונקציה הנתונה חיובית.
- ד. מצא את שתי נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הישר $y = 5$.
- ה. מצא את שטח המשולש הנקבע על ידי שתי נקודות החיתוך שמצאת ונקודת הפרבולה.

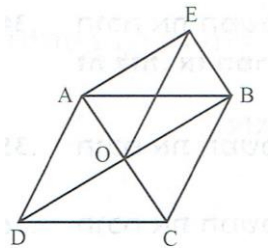
2.

א. פתור את המשוואה הבאה ורשום את תחום ההצבה: $\frac{x+3}{x^2+6x} = \frac{2}{x+6}$

ב. פתור את מערכת המשוואות הבאה:

$$7x - 2y = 15$$

$$\frac{2x+3y}{5} - 2 = \frac{x}{3}$$



3. אלכסוני המעוין ABCD נפגשים בנקודה O.

המרובע BCOE הוא מקבילית.

א. הוכח: ADOE הוא מקבילית.

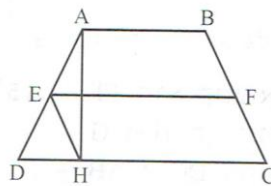
ב. הוכח: AOBE הוא מלבן.

טרפז שווה שוקיים (BC=AD).

EF הוא קטע אמצעים בטרפז.

AH הוא גובה הטרפז.

הוא מקבילית.



4. המרובע ABCD הוא

הוכח: המרובע EFCH

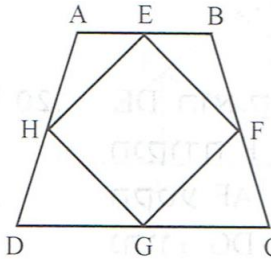
מבחן מס 4

ענה על ארבע השאלות הבאות

1. מחירה של חולצה היה זהה בחנות א ובחנות ב. לקראת החג חנות א נתנה הנחה של 30%, וחנות ב נתנה הנחה של 20%. במוצאי החג חנות א העלתה את המחיר ב- 30% לעומת מחיר ההנחה, וחנות ב העלתה את המחיר ב- 20% לעומת מחיר ההנחה. מי משתי החנויות זולה יותר כעת?

2. נתונים הפרבולה $f(x) = x^2 - 10x + 24$ ו הישר $g(x) = -x + 10$.

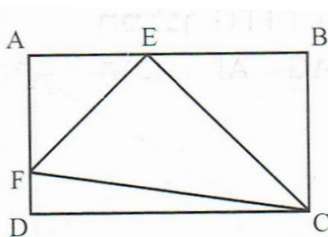
- א. מצא את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות עם הצירים.
 ב. מצא את קדקוד הפרבולה ואת ציר הסימטריה שלה.
 ג. שרטט את שתי הפונקציות על אותו גרף, כולל מערכת צירים.
 ד. מצא את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות.
 ה. מצא את ערכי ה- x עבורם $g(x) > f(x)$.



3. המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$. הנקודות E, F, G, H הן אמצעי צלעות הטרפז. (ראה שרטוט).

נתון: EFGH הוא ריבוע.

- א. הוכח: ABCD טרפז שווה שוקיים.
 ב. הוכח שאלכסוני הטרפז מאונכים זה לזה.



4. המרובע ABCD הוא מלבן.
 הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש- $BC=BE$.
 הנקודה F נמצאת על הצלע AD כך ש- $AF=AE$.
 א. הוכח: $FE \perp CE$.
 ב. נקודה G היא אמצע הקטע CF. הוכח: $GE=GD$.

פתרון מלא לדוגמא – מבחן מספר 1

1. א. נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x :

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$x = 5 \rightarrow (5,0)$$

$$x = 3 \rightarrow (3,0)$$

נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y :

$$f(0) = 0^2 - 8 \cdot 0 + 15 = 15 \rightarrow (0,15)$$

נקודת החיתוך של הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x :

$$-x + 9 = 0$$

$$x = 9$$

$$(9,0)$$

נקודת החיתוך של הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- y :

$$g(0) = 9 \rightarrow (0,9)$$

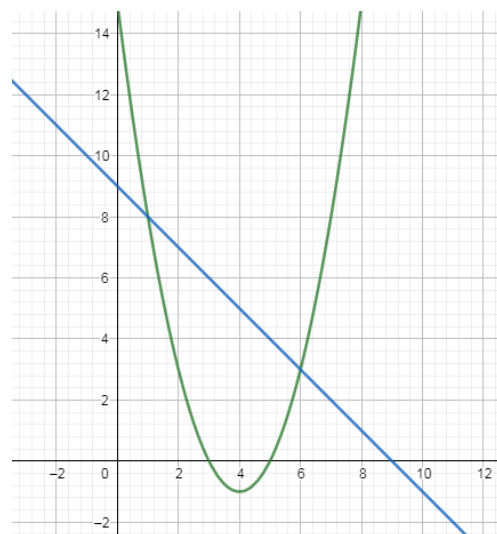
ב. קודקוד הפרבולה:

$$x_k = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$$

$$f(4) = 4^2 - 8 \cdot 4 + 15 = -1$$

לכן קודקוד הפרבולה בנקודה $(4, -1)$ וציר הסימטריה של הפרבולה הוא $x = 4$.

ג. שרטוט שתי הפונקציות על אותה מערכת צירים:



ד. נקודות החיתוך של שתי הפונקציות:

$$x^2 - 8x + 15 = -x + 9$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$(x - 6)(x - 1) = 0$$

$$x = 6, \quad x = 1$$

$$g(6) = -6 + 9 = 3 \rightarrow (6,3)$$

$$g(1) = -1 + 9 = 8 \rightarrow (1,8)$$

ה. התחום שבו $g(x) > f(x)$ הוא $1 < x < 6$.

ו. הפרבולה חיובית בתחום $x < 3$ או $x > 5$.

הפרבולה עולה בתחום $x > 4$.

ז. אורך בסיס המשולש הוא $2 = 3 - 5$. גובה המשולש הוא $1 = (-1) - 0$. לכן שטח

המשולש הוא $S = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$ יחידות שטח.

2.

נימוק	טענה
נתון	$ABCD$ מלבן
במלבן האלכסונים שווים זה לזה	$AC = BD$
במלבן האלכסונים חוצים זה את זה	$AO = OC$
	$BO = OD$
חצאי קטעים שווים, שווים זה לזה	$AO = OC = BO = OD$
נתון	$BO = BE$
	$CO = CE$

פתרון מלא לדוגמא – מבחן מס' 2

1.

$$f(x) = x^2 + 4x - 3x - 12$$

$$f(x) = x^2 + x - 12$$

א. למציאת נקודת החיתוך עם ציר ה-x, נציב $f(x) = 0$ בפונקציה.

$$0 = (x - 3)(x + 4)$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = -4$$

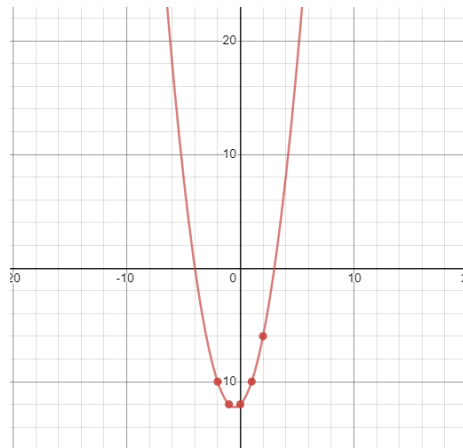
$$(3, 0) \quad (-4, 0)$$

למציאת נקודת החיתוך עם ציר ה-y, נציב $x=0$.

$$f(x) = (0 - 3)(0 + 4)$$

$$f(x) = -3 \cdot 4 = -12$$

$$(0, -12)$$



ב. $f(x) > 0$ עבור $x < -4$ או $x > 3$.

ג. נחשב תחילה את נקודת הקדקוד.

$$x_k = \frac{-b}{2a}$$

$$x_k = \frac{-1}{2}$$

הערך המינימלי של הפונקציה הוא ה-y של נקודת המינימום:

$$y_k = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} - 12 = -11\frac{1}{4}$$

$$\left(-\frac{1}{2}, -11\frac{1}{4}\right)$$

ד. הפונקציה עולה עבור $x > -\frac{1}{2}$.

2. א.

$$\frac{3x-3}{x+3} + \frac{x+7}{x-5} = 6$$

$$(3x-3)(x-5) + (x+3)(x+7) = 6(x+3)(x-5)$$

$$3x^2 - 15x - 3x + 15 + x^2 + 7x + 3x + 21 = 6(x^2 - 5x + 3x - 15)$$

$$4x^2 - 8x + 36 = 6x^2 - 30x + 18x - 90$$

$$-2x^2 + 4x + 126 = 0$$

$$x^2 - 2x - 63 = 0$$

$$(x-9)(x+7) = 0$$

$$x_1 = 9 \quad x_2 = -7$$

ב.

סך הכל	מחיר	כמות	
12X	1.2X	10	אגסים
13X	X	13	תפוחי עץ
125			סך הכל

$$12x + 13x = 125$$

$$25x = 125$$

$$x = 5$$

מחיר 1 ק"ג אגסים 6 ש"ח.

מחיר 1 ק"ג תפוחי עץ 5 ש"ח.

$$5 \cdot 6 + 7 \cdot 5 = 30 + 35 = 65$$

מחיר 5 ק"ג אגסים ו-7 ק"ג תפוחים 65 ש"ח.

נימוק	טענה
נתון	$\sphericalangle C = 90^\circ$
נתון	$\sphericalangle B = 30^\circ$
	מכאן נובע
סכום זוויות במשולש 180°	$\sphericalangle BAC = 60^\circ$
נתון +הצבה	$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2 = 30^\circ$
	מכאן נובע
כלל המעבר	$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle B$
	מכאן נובע
מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות.	$AD = BD$
	נסתכל על $\triangle ADC$
במשולש 30,60,90, הצלע מול ה-30 שווה למחצית היתר.	$DC = \frac{1}{2} \cdot AD$
	מכאן נובע
כלל המעבר	$DC = \frac{1}{2} \cdot BD$
כלל המעבר	$BC = 3 \cdot DC$
	מ.ש.ל

נימוק	טענה
נתון	$AB \parallel CD$
נתון	$DC = BC$
נתון	$\sphericalangle DCM = \sphericalangle MCB$
	מכאן נובע (מהמקבילים)
זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים וחותר.	$\sphericalangle DCM = \sphericalangle BMC$
	מכאן נובע
כלל המעבר	$\sphericalangle CMB = \sphericalangle BCM$
	מכאן נובע
מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות.	$BC = BM$
	מכאן נובע
כל המעבר	$DC = MB$
	מכאן נובע (מהמקבילים)
חלק מצלעות מקבילות	$DC \parallel BM$
	מכאן נובע
מרובע שבו זוג צלעות מקבילות וגם שוות הוא מקבילית.	מקבילית DCBM
	מכאן נובע
מקבילית בעלת זוג צלעות סמוכות שוות היא מעוין	מעוין DCBM
	מכאן נובע
במעוין כל הצלעות שוות	$BM = DM$
	מ.ש.ל א
	מכאן נובע
במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה	$BD \perp CM$
	מ.ש.ל ב

פתרון מבחן מס 3

1. א: (5,0) , (1,0) , (0,5) ב: $x > 5$ או $x < 1$ ג: למשל: $x = 6$ ד: (0,5) , (6,5) ה: 27 יח"ש
2. א: $x \neq -6$, $x \neq 0$, $x = 3$ ב: (3,3)

פתרון מבחן מס 4

1. חנות א יותר זולה.
2. א פרבולה (6,0) (4,0) (0,24) ישר (0,10) (10,0) ב: (5,-1) $x = 5$ ד: (7,3) (2,8)
ה: $2 < x < 7$

ביבליוגרפיה

1. כל התרגילים נלקחו מפרסומי משרד החינוך, מבחני מפמ"ר, בגרויות, אתר משרד החינוך וחוברת ההכנה העירונית של כפר סבא.
2. [שאלות מילוליות – פרסום מפמ"ר מתמטיקה](#)